（証明の概略）

証明はかなり長くなるので、いくつかの段階に分けて行う。概略を先に書いておくと、以下のようになる。

（ｉ）

E_1、E_2 について

$$OE_2 - OE_1 = 1、OE_1 \cdot OE_2 = 4、(OE_2 + OE_1)^2 = 17$$

が成り立つことを示す。さらに

$$OE_1{}^2 = 4 - OE_1、OE_2{}^2 = 4 + OE_2$$

が成り立つことを示す。

（ⅱ）

I_1、I_2、I_3、I_4 について

$$OI_1 - OI_2 = OE_1、OI_1 \cdot OI_2 = 1、(OI_1 + OI_2)^2 = OE_1{}^2 + 4$$

$$OI_3 - OI_4 = OE_2、OI_3 \cdot OI_4 = 1、(OI_3 + OI_4)^2 = OE_2{}^2 + 4$$

が成り立つことを示す。さらに

$$OI_1{}^2 = OE_1 \cdot OI_1 + 1、OI_2{}^2 = 1 - OE_1 \cdot OI_2$$

$$OI_3{}^2 = OE_2 \cdot OI_3 + 1、OI_4{}^2 = 1 - OE_2 \cdot OI_4$$

が成り立つことを示す。

（ⅲ）

M_1、M_2、M_3、M_4 について

$$OM_1 + OM_2 = OI_1、OM_1 \cdot OM_2 = OI_4、(OM_1 - OM_2)^2 = OI_1{}^2 - 4OI_4$$

$$OM_4 - OM_3 = OI_2、OM_3 \cdot OM_4 = OI_3、(OM_4 + OM_3)^2 = OI_2{}^2 + 4OI_3$$

が成り立つことを示す。さらに

$$OM_1{}^2 = OI_1 \cdot OM_1 - OI_4、OM_2{}^2 = OI_1 \cdot OM_2 - OI_4$$

$$OM_3{}^2 = OI_3 - OI_2 \cdot OM_3、OM_4{}^2 = OI_2 \cdot OM_4 + OI_3$$

が成り立つことを示す。

（ⅳ）

次の不等式を示す。

$1.56 < OE_1 < 1.57$ 、$2.56 < OE_2 < 2.57$

$2.04 < OI_1 < 2.06$ 、$0.48 < OI_2 < 0.5$

$2.9 < OI_3 < 2.92$ 、 $0.33 < OI_4 < 0.35$
$1.85 < OM_1 < 1.89$ 、 $0.16 < OM_2 < 0.2$
$1.46 < OM_3 < 1.49$ 、 $1.95 < OM_4 < 1.98$

（ⅴ）

次の不等式を示す。

$0 < 4.08 < OE_1 \cdot OI_3 + OE_1 - 2$、 $0 < 0.94 < OE_1 \cdot OI_4 - OE_1 + 2$
$0 < 5.78 < OE_2 \cdot OI_2 + OE_2 + 2$ 、 $0 < 0.65 < OE_2 \cdot OI_1 - OE_2 - 2$

$OM_1^2 - 2 > 0$ 、 $2 - OM_2^2 > 0$

$OM_3^2 - 2 > 0$、 $OM_4^2 - 2 > 0$

$OM_3^2 - 2 < OM_1$、 $OM_2 < OM_4^2 - 2$

（ⅵ）

$$OI_1 = \frac{1}{2}(OE_1 \cdot OI_3 + OE_1 - 2)、OI_2 = \frac{1}{2}(OE_1 \cdot OI_4 - OE_1 + 2)$$

$$OI_3 = \frac{1}{2}(OE_2 \cdot OI_2 + OE_2 + 2)、OI_4 = \frac{1}{2}(OE_2 \cdot OI_1 - OE_2 - 2)$$

が成り立つことを示す。さらに

$$OI_1 = OI_2^2 + 2OI_3 - 4、OI_2 = -OI_1^2 + 2OI_4 + 4$$

$$OI_3 = -OI_4^2 - 2OI_2 + 4、OI_4 = OI_3^2 - 2OI_1 - 4$$

が成り立つことを示す。

（ⅶ）

$$OM_1 = OM_4^2 - 2、OM_2 = OM_3^2 - 2$$

$$OM_3 = OM_1^2 - 2、OM_4 = 2 - OM_2^2$$

が成り立つことを示す。

（ⅷ）

$\angle Z_1OY_5 = 2\angle Z_1OY_1$、 $\angle Z_1OY_3 = 4\angle Z_1OY_1$
$\angle Z_1OY_7 = 8\angle Z_1OY_1$、優角 $\angle Z_1OY_2 = 16\angle Z_1OY_1$

が成り立つことを示す。さらに

$$\angle Z_1OY_1 = \left(\frac{360}{17}\right)^\circ$$

が成り立つことを示す。