

[インデックスに戻る](#)

3. 図形と計量

3-2. 正弦定理と余弦定理

3-2-2. 余弦定理

3-2-2-2. 余弦定理の適用

余弦定理

三角形 ABC において、 $BC = a$ 、 $CA = b$ 、 $AB = c$ 、 $\angle A = A$ 、 $\angle B = B$ 、 $\angle C = C$ とすると、次の関係式が成り立つ。

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

(例題 1)

三角形 ABC において、 $AB = 3$ 、 $AC = 2$ 、 $\angle A = 60^\circ$ であるとする。BC を求めよ。

(解答)

余弦定理より、

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle A \\ &= 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$= 9 + 4 - 6$$

$$= 7$$

したがって

$$BC^2 = 7$$

$BC > 0$ より

$$BC = \sqrt{7}$$

(例題2)

三角形ABCにおいてBC = 4、CA = 5、AB = 6であるとする。cos ∠A を求めよ。

(解答)

余弦定理より

$$BC^2 = CA^2 + AB^2 - 2CA \cdot AB \cos \angle A$$

$$2CA \cdot AB \cos \angle A = CA^2 + AB^2 - BC^2$$

$$\cos \angle A = \frac{CA^2 + AB^2 - BC^2}{2CA \cdot AB}$$

したがって、

$$\begin{aligned} & \cos \angle A \\ &= \frac{CA^2 + AB^2 - BC^2}{2CA \cdot AB} \end{aligned}$$

$$= \frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$= \frac{25 + 36 - 16}{60}$$

$$= \frac{45}{60}$$

$$= \frac{3}{4}$$

ゆえに、

$$\cos \angle A = \frac{3}{4}$$

[インデックスに戻る](#)