

[インデックスに戻る](#)

9. 図形と方程式

9-2. 円

9-2-2. 円と直線

9-2-2-3. 円の接線の方程式

座標平面上の原点 O を中心とし、半径が r ($r > 0$) の円 C の方程式は

$$x^2 + y^2 = r^2$$

である。 a 、 b は

$$a^2 + b^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

を満たす実数として、円 C 上の点 $T(a, b)$ における接線の方程式を求めよう。

まず、 $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$ の場合について考える。接線は円の中心 O と接点 T を結ぶ半径に垂直である。直線 OT の傾きは

$$\frac{b}{a}$$

であるから、接線の傾きを m とすると

$$\frac{b}{a} \cdot m = -1$$

よって

$$m = -\frac{a}{b}$$

である。よって、接線の方程式は

$$y = -\frac{a}{b}(x - a) + b$$

$$by = -a(x - a) + b^2$$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

①を用いて、この式の右辺を書き換えると

$$ax + by = r^2$$

これは、 $a = 0$ や $b = 0$ のときにも成り立っている。

円の接線の方程式

円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 (a, b) における接線の方程式は

$$ax + by = r^2$$

(ただし、 $a^2 + b^2 = r^2$ が成り立っているとする。)

9. 図形と方程式 | 2. 円 | 2. 円と直線 | 3. 円の接線の方程式

(例)

点 $T(2,3)$ は円 $C : x^2 + y^2 = 13$ 上の点である。円 C 上の点 T における接線の方程式は
 $2x + 3y = 13$

(例)

点 $P(-1,3)$ を通り、円 $C : x^2 + y^2 = 5$ に接する直線の式を求めたい。接点の座標を $T(a,b)$ とする。点 T は円 C 上にあるから

$$a^2 + b^2 = 5 \quad \dots \textcircled{1}$$

点 T における接線の方程式は

$$ax + by = 5$$

これが点 P を通るから

$$-a + 3b = 5$$

$$a = 3b - 5 \quad \dots \textcircled{2}$$

②を①に代入すると

$$(3b - 5)^2 + b^2 = 5$$

$$10b^2 - 30b + 20 = 0$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$(b - 1)(b - 2) = 0$$

$$b = 1, 2$$

②より

$$(a, b) = (-2, 1), (1, 2)$$

よって、点 P を通り円 C に接する直線の方程式は

$$-2x + y = 5, \quad x + 2y = 5$$

[インデックスに戻る](#)