インデックスに戻る

１１．指数関数と対数関数

１１－２．対数関数

１１－２－１．対数とその性質

１１－２－１－２．対数の性質

以下、$a>0$、$a \neq 1$とする。

$a^0=1$、$a^1=a$であるから、特殊な対数の値について、次のことがいえる。

特殊な対数の値

$\log_a 1 = 0$、$\log_a a = 1$

また、指数法則から、対数について次のことが成り立つ。

対数の性質

$M>0$、$N>0$とし、kは実数であるとする。

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^k = k \log_a M$$

（証明）

$\log_a M = p$、$\log_a N = q$とすると

$M=a^p$、$N=a^q$

であるから

$$MN = a^p a^q = a^{p+q}$$

よって

$$\log_a MN = p+q$$

すなわち

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

さらに

$$\frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

よって

$$\log_a \frac{M}{N} = p - q$$

すなわち

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

さらに

$$M^k = \left(a^p\right)^k$$

$$M^k = a^{kp}$$

よって

$$\log_a M^k = kp$$

すなわち

$$\log_a M^k = k \log_a M$$

（例）

$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$$

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = 1 - \log_{10} 2$$

$$2\log_2 6 + \log_2 12 - 3\log_2 3 = \log_2 6^2 + \log_2 12 - \log_2 3^3$$

$$= \log_2 \frac{6^2 \cdot 12}{3^3} = \log_2 \frac{36 \cdot 12}{27} = \log_2 16 = 4$$

インデックスに戻る