インデックスに戻る

１１．指数関数と対数関数

１１－２．対数関数

１１－２－１．対数とその性質

１１－２－１－１．対数の定義

（例）

指数関数$y = 2^x$は増加関数で、その値域は正の実数全体であったから、すべての正の数bに対して、$b = 2^a$を満たすaがただ1つ存在する。

$$b = 0.5 \quad \Rightarrow \quad a = -1$$

$$b = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}$$

実数aは、$a > 0$、$a \neq 1$を満たすとする。一般に、任意の正の数Mをとると、$a^p = M$を満たす実数pがただ1つ定まる。このpを$\log_a M$で表し、aを底とするMの対数という。また、$\log_a M$における正の数Mをこの対数の真数という。

対数の定義

$a > 0$、$a \neq 1$、$M > 0$とする。

$$M = a^p \quad \Leftrightarrow \quad \log_a M = p$$

（例）

$2^3 = 8$　であるから　$\log_2 8 = 3$

（例）

$$\log_8 4 = x$$

とすると

$$4 = 8^x$$

$$2^2 = \left(2^3\right)^x$$

$$2^2 = 2^{3x}$$

よって

$$2 = 3x$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$\log_a M = p \quad \cdots①$

とすると、

$M = a^p \quad \cdots②$

である。②を①に代入すると、次の関係式が得られる。

指数と対数の関係

$$\log_a a^p = p$$

（例）

$$\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} = \log_2 \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \log_2 2^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

インデックスに戻る