

[インデックスに戻る](#)

## 5. 論理と集合

### 5-2. 命題と証明

#### 5-2-1. 間接的な証明法

##### 5-2-1-2. 背理法

命題  $P$  を証明するときに、 $P$  が偽であると仮定して矛盾を導くことにより証明する証明法を背理法という。

命題「 $p \Rightarrow q$ 」については、これが偽になるのは、「条件  $p$  を満たすのに条件  $q$  を満たさないものが存在する」ことであつたから、命題「 $p \Rightarrow q$ 」を背理法で示すには、「条件  $p$  を満たすのに条件  $q$  を満たさないものが存在する」を仮定して、矛盾を導く。

(例)

実数  $x, y$  について

$x$  が無理数で  $y$  が有理数ならば  $x + y$  は無理数である

を背理法で証明する。

$x + y$  が有理数  $z$  であると仮定する。

$$x + y = z$$

より

$$x = z - y$$

であるが、この式の右辺は有理数どうしの差であるから有理数である。これは  $x$  が無理数であることに矛盾する。したがって

$x$  が無理数で  $y$  が有理数ならば  $x + y$  は無理数である

が示された。

[インデックスに戻る](#)