

[インデックスに戻る](#)

5. 論理と集合

5-1. 命題・条件・集合

5-1-2. 条件と集合

5-1-2-6. 命題の対偶

命題 $p \Rightarrow q$ に対して、 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ をもとの命題の対偶という。

(例)

「 $x > 2$ ならば $x > 1$ 」の対偶は「 $x \leq 1$ ならば $x \leq 2$ 」であり、もとの命題もその対偶も、ともに真である。

「 $x > 1$ ならば $x > 3$ 」の対偶は「 $x \leq 3$ ならば $x \leq 1$ 」であり、もとの命題もその対偶も、ともに偽である（反例は $x = 2$ ）。

一般に、全体集合を U とするとき、その部分集合 P 、 Q に対して

$$P \subset Q \Leftrightarrow \bar{Q} \subset \bar{P}$$

が成り立つ。このことから、次のことが言える。

命題とその対偶の真偽

命題 $p \Rightarrow q$ とその対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ の真偽は一致する。すなわち

命題 $p \Rightarrow q$ が真ならば対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ も真

対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ が真ならばもとの命題 $p \Rightarrow q$ も真

命題 $p \Rightarrow q$ が偽ならば対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ も偽

対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ が偽ならばもとの命題 $p \Rightarrow q$ も偽

[インデックスに戻る](#)