

[インデックスに戻る](#)

1.4. 空間ベクトル

1.4-1. 座標空間と空間ベクトル

1.4-1-4. ベクトルの内積

1.4-1-4-2. ベクトルの垂直

空間ベクトルの垂直条件は次のようになる。

空間ベクトルの垂直条件

$\vec{a} \neq \vec{0}$ 、 $\vec{b} \neq \vec{0}$ 、 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 、 $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ とする。

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$$

(例)

2つのベクトル $\vec{a} = (1, 1, -4)$ 、 $\vec{b} = (-1, 2, -2)$ に垂直で、大きさが3であるようなベクトル \vec{c} を求める。

$\vec{c} = (x, y, z)$ とする。 $\vec{a} \perp \vec{c}$ より

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = x + y - 4z = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\vec{b} \perp \vec{c}$ より

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = -x + 2y - 2z = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$|\vec{c}| = 3$ より

$$|\vec{c}|^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad \cdots \textcircled{3}$$

①-②×2 より

$$3x - 3y = 0$$

よって

$$y = x \quad \cdots \textcircled{4}$$

①×2-②より

$$3x - 6z = 0$$

よって

$$z = \frac{1}{2}x \quad \dots \textcircled{5}$$

④⑤を③に代入すると

$$x^2 + x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 9$$

$$\frac{9}{4}x^2 = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2, -2$$

以上より

$$\vec{c} = (2, 2, 1), (-2, -2, -1)$$

[インデックスに戻る](#)