

[インデックスに戻る](#)

6. 平面図形

6-2. 円の性質

6-2-2. 円と直線

6-2-2-3. 方べきの定理

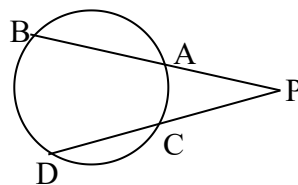
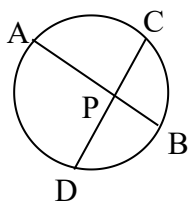
円とその2つの弦について、次のことが成り立つ。

方べきの定理

円Oの2つの弦AB、CDを考える。ただし、ABとCDは平行でないとする。ABとCD、または、その延長どうしの交点をPとすると、

$$AP \cdot BP = CP \cdot DP$$

が成り立つ。



[証明]

- (i) 弦ABと弦CDが交わる場合
三角形ACPと三角形DBPにおいて
円周角の定理より

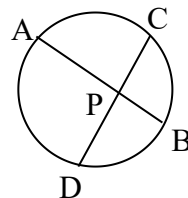
$$\angle PAC = \angle PDB, \angle PCA = \angle PBD$$

であるから、この2つの三角形は相似である。対応する辺の長さの比は等しいから

$$AP : CP = DP : BP$$

よって、

$$AP \cdot BP = CP \cdot DP$$



- (ii) 弦 AB と弦 CD がその延長上で交わる場合
三角形 ACP と三角形 DBP において
円に内接する四角形の性質より

$$\angle PAC = \angle PDB, \angle PCA = \angle PBD$$

であるから、この2つの三角形は相似である。対応する辺の長さの比は等しいから

$$AP : CP = DP : BP$$

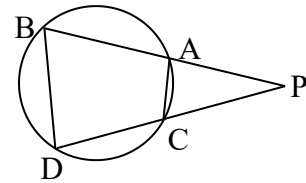
よって、

$$AP \cdot BP = CP \cdot DP$$

したがって、(i) (ii) のいずれの場合も

$$AP \cdot BP = CP \cdot DP$$

が成り立つ。



[インデックスに戻る](#)