インデックスに戻る

６．平面図形

６－１．三角形の性質

６－１－１．三角形の辺と角

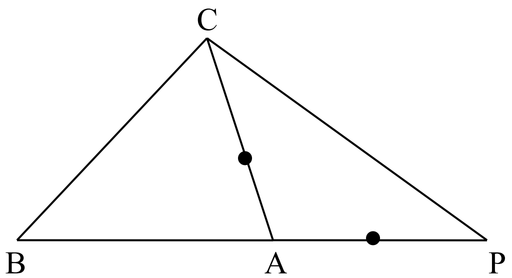
６－１－１－２．辺に関する大小関係

三角形 ABC において

$$BC < AB + AC$$

が成り立つ。このことは、B から C に至る最短経路が線分 BC であることから、直感的には明らかである。

［証明］



辺 AB の A の側の延長上に、 $AP = AC$ を満たす点をとると、

$BP = AB + CA$　…①

三角形 APC は二等辺三角形であるから、

$\angle APC = \angle ACP$　…②

点 A は $\angle BCP$ の内部にあるから、

$\angle BCP = \angle BCA + \angle ACP$　…③

③より

$\angle BCP > \angle ACP$　…④

②④より

$\angle BCP > \angle APC$　…⑤

三角形 BCP において、辺と角の大小関係を考えると、⑤より

$BP > BC$　…⑥

①⑥より

$AB + CA > BC$

このことから、次のことが成り立つ。

三角形の 3 辺の長さを a 、b 、c とすると
$a<b+c$　かつ　$b<c+a$　かつ　$c<a+b$

このらの不等式を a について解くと、それぞれ
$a<b+c$　かつ　$b-c<a$　かつ　$c-b<a$

となる。$|b-c|=b-c$　または　$|b-c|=c-b$ が成り立つことを利用すると、上の不等式から

$$|b-c|<a<b+c$$

が成り立つことがわかる。

逆に、実数 a 、b 、c に対して、
$a<b+c$　かつ　$b<c+a$　かつ　$c<a+b$
が成り立つとき、a 、b 、c を 3 辺の長さとする三角形が存在する。

また、実数 a 、b 、c に対して

$$|b-c|<a<b+c$$

が成り立つとき、$b-c\leq|b-c|$ 、$c-b\leq|b-c|$ が常に成り立つことから

$a<b+c$　かつ　$b<c+a$　かつ　$c<a+b$
がいえるので、a 、b 、c を 3 辺の長さとする三角形が存在することになる。

インデックスに戻る