

4. 場合の数と確率 | 3. 確率 | 3. 独立な試行 | 2. 反復試行

[インデックスに戻る](#)

4. 場合の数と確率

4-3. 確率

4-3-3. 独立な試行

4-3-3-2. 反復試行

「1個のサイコロを投げる」は試行とみなすことができる。1個のサイコロを繰り返し投げる
とき、それは同じ試行の繰り返しであり、各回の試行の結果は他の回の試行の結果に影響を与
えない。

同じ条件のもとで1つの試行を繰り返すとき、これらの試行は独立である。このような独立な
試行の繰り返しを反復試行という。

(例)

1個のサイコロを続けて4回投げるとき、4回のうち1の目がちょうど2回出る場合は、1が出ることを1、1以外の目が出ることを×で表せば

$$\begin{array}{ccc} 11\times\times & 1\times 1\times & 1\times\times 1 \\ \times 11\times & \times 1\times 1 & \times\times 11 \end{array}$$

の6通りである。これは、4回のうちどの2回に1が出るかに着目して

$${}_4C_2 = \frac{4\cdot 3}{2\cdot 1} = 6$$

と求めることができる。このうちで、(11××)が起こる、すなわち、1回目と2回目に1が出て3回目と4回目に1以外の目が出る確率は

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

である。(1×1×)についても調べると

$$\frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

であるが、これは(11××)の確率と同じである。他の場合も同じであるから、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \\ &= 6 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \\ &= \frac{25}{216} \end{aligned}$$

反復試行の確率について、一般に次のことが成り立つ。

反復試行の確率

1回の試行で事象 E が起こる確率を p とすると、余事象 \bar{E} が起こる確率は $1-p$ である。この試行を n 回繰り返して行うとき、 E がちょうど r 回起こる確率は

$${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}$$

(例)

1枚のコインを3回投げるとき、表の出る回数が2回である確率は

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}$$

(例)

2枚のコインを投げるとき、2枚とも表である確率は

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

である。よって、2枚のコインを3回続けて投げるとき、両方とも表が出る回数が2回である確率は

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)^1 = \frac{9}{64}$$

[インデックスに戻る](#)